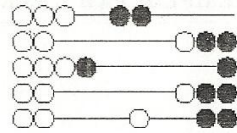




**OLYMPIADE  
MATHÉMATIQUE BELGE**



### Trentième Olympiade Mathématique Belge

organisée par la

*Société Belge des Professeurs de Mathématique  
d'expression française*

#### Mini demi-finale 2005

#### INSTRUCTIONS

- N'ouvrez pas ce livret avant le signal de votre professeur.
- Vous indiquerez vos réponses au verso de cette page.
- Ce questionnaire contient 30 questions ; répondez à 5 questions au moins.
- Vingt-deux questions sont à choix multiple. Chacune est suivie de réponses désignées par **(A)**, **(B)**, **(C)**, **(D)** et **(E)**. Chaque question possède une seule réponse correcte. Décidez quelle est la réponse correcte parmi les cinq proposées et retenez la lettre majuscule correspondante. Sur la feuille réponse, écrivez cette lettre dans le cercle situé à droite du numéro de la question.  
EXEMPLE : si vous estimez que la réponse correcte à la question numéro 17 est celle précédée de la lettre **(D)**, vous écrirez D sur la feuille réponse, à droite du numéro 17, dans le cercle.
- Huit questions sont sans réponses préformulées. Dans ce cas, la réponse correcte est un nombre entier dans  $[0;999]$ . C'est ce nombre que vous écrirez dans la case rectangulaire de la feuille réponse.
- RÈGLES DE COTATION** : Vous recevez 5 points par réponse correcte, 2 points par abstention et 0 point par réponse fausse. Avec ce système, deviner fera en moyenne diminuer votre score. Vous n'avez intérêt à deviner que si vous avez au moins une chance sur deux de bien choisir.
- Reportez les réponses au fur et à mesure que vous les obtenez. Écrivez au crayon (si vous changez d'avis, gomez la réponse). Du papier de brouillon, du papier millimétré, une règle, un compas, une gomme peuvent être utilisés. Les calculatrices et règles à calcul ne sont pas autorisées, de même que les livres et les notes personnelles.
- Au signal de votre professeur, détachez la feuille de couverture sans déchirer le questionnaire, retournez-la, couvrez-en les questions, puis inscrivez les informations demandées.
- Quand votre professeur vous l'indiquera, commencez le travail sur les problèmes. Vous disposez de 90 minutes.

Mercredi 2 mars 2005

#### À REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)

Nom :

Prénom :

Classe :

Adresse privée

Rue et n° :

Code postal et localité :

École

Nom (sans abréviations) :

Adresse

Rue et n° :

Code postal et localité :

#### CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR

Chaque réponse correcte a une valeur de 5 points et chaque abstention a une valeur de 2 points ; rien n'est déduit pour une réponse fausse. Le score total est calculé en prenant 5 fois le nombre de réponses correctes et en ajoutant 2 fois le nombre d'abstentions.

Réponses correctes :  × 5 =

Abstentions :  × 2 =

Score total :

1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>
3	<input type="text"/>
4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>
6	<input type="text"/>
7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>
11	<input type="radio"/>
12	<input type="text"/>
13	<input type="radio"/>
14	<input type="radio"/>
15	<input type="text"/>
16	<input type="radio"/>
17	<input type="radio"/>
18	<input type="text"/>
19	<input type="radio"/>
20	<input type="text"/>
21	<input type="radio"/>
22	<input type="radio"/>
23	<input type="radio"/>
24	<input type="text"/>
25	<input type="radio"/>
26	<input type="radio"/>
27	<input type="radio"/>
28	<input type="radio"/>
29	<input type="text"/>
30	<input type="radio"/>

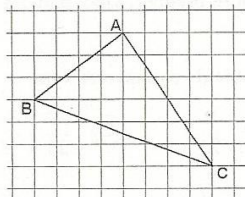
1.  $(1+1)^2 + 1^3 =$   
 (A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 64 (E) 125

2. Que vaut la somme des carrés des cinq premiers nombres premiers ?  
 (A) 39 (B) 88 (C) 205 (D) 208 (E) 385

3. *Sans réponse préformulée* — La somme des carrés de deux nombres naturels consécutifs vaut 61. Que vaut la somme de ces deux nombres ?

4. Le chiffre des unités de  $12^{12}$  est  
 (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

5. Dans le quadrillage représenté ci-dessous, l'aire d'un carreau vaut 1. Que vaut l'aire du triangle  $ABC$  ?

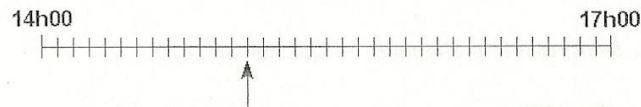


(A) 15 (B)  $\frac{19}{2}$  (C) 18 (D) 24 (E) 48

6. *Sans réponse préformulée* — Combien y a-t-il de naturels dont le reste de la division par 3 est 2 et qui sont compris entre 1 et 2005 ?

7. Lequel des nombres proposés ci-dessous se rapproche le plus de la moyenne (arithmétique) de 1595 et 2405 ?  
 (A) 1895 (B) 1985 (C) 2005 (D) 2045 (E) 2105

8. Sur ce segment gradué, quelle est l'heure indiquée par la flèche ?



(A) 14h55 (B) 15h05 (C) 15h10 (D) 15h15 (E) 15h20

9. Quel est le plus petit entier positif non nul par lequel il faut multiplier  $\frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$  pour obtenir un entier ?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 12

10. On considère tous les angles de tous les triangles isocèles ayant un angle de  $30^\circ$ . Quelle est, en degrés, l'amplitude du plus grand de ces angles ?

(A) 60 (B) 75 (C) 90 (D) 105 (E) 120

11.  $\left(\frac{1}{16} - \frac{1}{17}\right) \times 17^2 =$

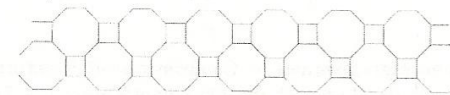
(A)  $-17^2$  (B)  $-272$  (C)  $-1$  (D)  $\frac{17}{16}$  (E) 256

12. *Sans réponse préformulée* — Je suis à la fois un nombre impair inférieur à 1 000 et la quatrième puissance d'un nombre premier. La somme de mes chiffres est un nombre premier. Quel nombre suis-je ?

13.  $\frac{2}{5}$  divisé par le double de son inverse vaut

(A) 2 (B)  $\frac{2}{25}$  (C)  $\frac{4}{25}$  (D)  $\frac{1}{2}$  (E)  $\frac{25}{2}$

14. La frise représentée partiellement ci-dessous consiste en une bande horizontale illimitée vers la droite et vers la gauche.



Laquelle des propositions suivantes est vraie ? Cette frise

- (A) admet exactement un centre de symétrie ;
- (B) admet exactement deux centres de symétrie ;
- (C) admet strictement plus de deux centres de symétrie ;
- (D) admet exactement un axe de symétrie ;
- (E) admet exactement deux axes de symétrie.

15. *Sans réponse préformulée* — Que vaut  $38^2 - 37^2$  ?

16.  $2^{2005} \cdot 5^{2000}$  est un très grand nombre. Combien a-t-il de chiffres ?

(A) 2 000 (B) 2 001 (C) 2 002 (D) 2 003 (E) 4 005

17. À partir de quel naturel non nul  $n$  la somme de l'inverse de  $n$  et de l'inverse du successeur de  $n$  est-elle plus petite que  $\frac{1}{2}$  ?

- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5      (E) jamais

18. *Sans réponse préformulée* — La somme de la moitié de mon âge, du tiers de mon âge, du quart de mon âge et de mon âge est 50 ans. Mon âge actuel est un nombre entier d'années. Quel est ce nombre ?

19. À propos d'un pays où chaque habitant mange une pizza de 20 cm de diamètre par jour, un commentateur de radio a dit : "Là, chaque habitant mange un are de pizza par mois". C'est évidemment faux. Parmi les superficies suivantes, quelle est celle qui est la plus proche de celle que le commentateur aurait dû citer ?

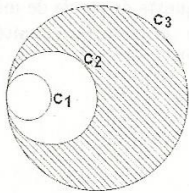
- (A) 1 m<sup>2</sup>      (B) 2 m<sup>2</sup>      (C) 25 m<sup>2</sup>      (D) 0,5 ares      (E) 2 ares

20. *Sans réponse préformulée* — Une diagonale d'un polygone est tout segment de droite joignant un sommet du polygone à un autre sommet non adjacent. Un décagone est un polygone à 10 sommets. Combien y a-t-il de diagonales dans un décagone régulier ?

21.  $0,01^2 - 0,02^2 =$

- (A) -0,0003      (B) -0,003      (C) -0,03      (D) -0,02      (E) 0,01

22. Les trois cercles  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  sont tels que le diamètre du petit cercle  $C_1$  est le rayon du cercle intermédiaire  $C_2$  et le diamètre de  $C_2$  est le rayon du grand cercle  $C_3$ . Que vaut le rapport de l'aire grisée dans  $C_2$  à l'aire hachurée dans  $C_3$  ?

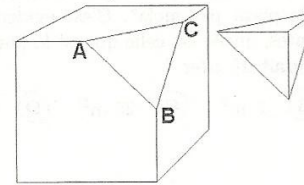


- (A)  $\frac{3}{9}$       (B)  $\frac{4}{9}$       (C)  $\frac{5}{9}$       (D)  $\frac{5}{10}$       (E)  $\frac{1}{4}$

23.  $\pi$  est un nombre décimal illimité égal à 3,141 592 653... On dit en Chine que le grand Tsu Chiung Chi (430-501) utilisait la fraction  $\frac{355}{113}$  comme valeur approchée de  $\pi$ . Par rapport à la valeur exacte de  $\pi$ , combien cette fraction, mise sous forme décimale, possède-t-elle de chiffres corrects situés immédiatement après la virgule ?

- (A) 4      (B) 5      (C) 6      (D) 7      (E) 8

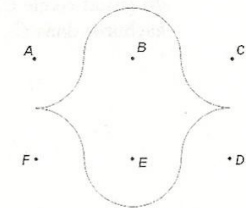
24. *Sans réponse préformulée* — Sur la figure ci-dessous,  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont les milieux d'arêtes du cube et on a enlevé du cube la petite pyramide de base  $ABC$ . On procède de même en chaque sommet du cube. Quel est le nombre d'arêtes du solide ainsi formé ?



25. Les nombres naturels  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont tels que  $a$  est un diviseur de  $b$  et  $b$  est un diviseur de  $c$ . Dans ces conditions, on a nécessairement

- (A)  $ab$  est un diviseur de  $c$  ;      (D)  $ac$  est un diviseur de  $b^2$  ;  
 (B)  $ab = c$  ;      (E)  $a$  est un diviseur de  $c$ .  
 (C)  $ac = b^2$  ;

26. Sur la figure ci-contre,  $ABEF$  et  $BCDE$  sont des carrés et  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$  sont les centres respectifs de huit quarts de cercle de même rayon  $R$ . Que vaut l'aire de la surface limitée par ces huit quarts de cercle ?



- (A)  $4R^2$   
 (B)  $2\pi R^2$   
 (C)  $6R^2$   
 (D)  $8R^2$   
 (E)  $4\pi R^2$



27. Parmi ces quatre propositions

$$2 \times \frac{3}{7} = \frac{6}{14}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{7} = \frac{2}{10}$$

$$(x + 8)^2 = x^2 + 64$$

si  $\frac{y}{2} + 5 = x$ , alors  $y + 5 = 2x$

combien sont correctes ?

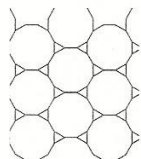
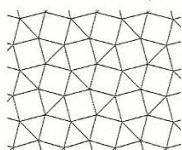
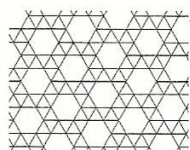
- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

28. Un pavage du plan est un recouvrement complet du plan par un motif répétitif. Les pavages semi-réguliers sont ceux qui utilisent au moins deux types de polygones réguliers assemblés de sorte que deux d'entre eux ont en commun soit aucun point, soit un sommet de chacun d'eux, soit une arête de chacun d'eux. Voici trois "fragments" de pavage semi-régulier du plan ; ces pavages peuvent être décrits respectivement par les symboles

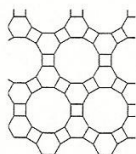
$3^4 \cdot 6$

$3^2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4$

$3 \cdot 12^2$



Quel est le symbole qui décrit de la même manière le pavage dont un fragment est représenté ci-dessous ?



- (A)  $3 \cdot 4 \cdot 6$       (D)  $4^2 \cdot 6 \cdot 12$   
 (B)  $4 \cdot 6 \cdot 4$       (E)  $4 \cdot 6 \cdot 12$   
 (C)  $4^6 \cdot 6^6 \cdot 12$

29. Sans réponse préformulée — Un livre contient 213 pages numérotées de 1 à 213. Combien de fois le chiffre 2 apparaît-il dans la numérotation des pages ?

30. J'ai deux bidons de 3 litres de désherbant pour mon allée large de 5 mètres et longue de 100 mètres. Quelle partie de mon allée restera non pulvérisée si j'utilise  $50 \text{ cm}^3$  de produit par mètre carré ?

- (A) 24 %      (B) 50 %      (C) 76 %      (D) 88 %      (E) 94 %

Les participants sélectionnés pour la finale recevront par l'intermédiaire de leur école une fiche qu'ils devront compléter. Le jour de la finale, ils se muniront de cette fiche ainsi que de leur carte d'identité.