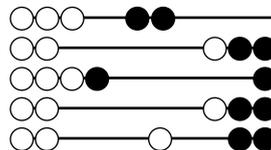


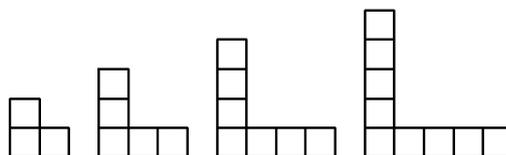


**OLYMPIADE
MATHÉMATIQUE BELGE**

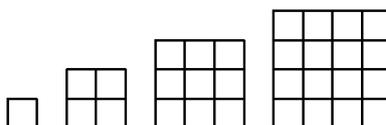


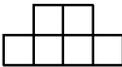
**TRENTE-TROISIÈME OLYMPIADE MATHÉMATIQUE BELGE
MINI FINALE 2008**

1. Un enfant possède 2008 allumettes toutes de longueur 1. Il s'amuse à construire des gnomons



ou des carrés



- (a) Avec ses 2008 allumettes, il construit le plus grand gnomon possible. Combien lui faut-il d'allumettes et combien ce gnomon comporte-t-il de petits carrés 1×1 ?
- (b) Avec ses 2008 allumettes, il construit le plus grand carré possible. Combien lui faut-il d'allumettes et combien ce carré comporte-t-il de petits carrés 1×1 ?
- (c) Avec ses 2008 allumettes, il souhaite construire d'abord un carré, puis le démonter et ensuite construire un gnomon comportant exactement le même nombre d'allumettes que le carré. Est-ce possible ? Si oui, quel est, parmi ces 2008 allumettes, le plus grand nombre d'allumettes utilisables pour chacune de ces deux constructions successives ?
2. La figure ci-dessous représente une dalle formée de six petits carrés dont le côté mesure 1.
- 
- On dispose de nombreuses dalles toutes semblables qui ne peuvent ni être découpées ni se chevaucher. Avec ces dalles,
- (a) est-il possible de construire un carré de côté 10 ?
- (b) est-il possible de construire un carré de côté 6 ?
- (c) quel est le plus petit carré qu'il est ainsi possible de construire ?
3. Sur le côté $[CD]$ du carré $ABCD$, on construit vers l'extérieur le triangle équilatéral CDE , puis le triangle équilatéral CEF , le triangle isocèle CFG rectangle en F et le triangle équilatéral CGH .
- (a) Fais un dessin précis de la figure décrite ci-dessus.
- (b) Les points A , B et H sont-ils alignés ? Justifie ta réponse par une démonstration.
4. Dans sa caverne, Ali a trouvé un sac de n pépites d'or qui pèsent 1 gramme, 2 grammes, 3 grammes, 4 grammes, ..., n grammes. Sa femme veut exactement la moitié du poids total de l'or. Sans couper aucune pépité, Ali doit donc effectuer un partage en deux parts de même poids.
- (a) Ce partage est-il possible si $n = 12$?
- (b) Ce partage est-il possible si $n = 5$?
- (c) Ce partage est-il possible si $n = 11$?
- (d) Pour quelles valeurs de n le partage est-il possible ?

Prière de répondre aux différentes questions sur des feuilles séparées.

Chaque solution doit être rédigée et soigneusement justifiée !

Ne vous contentez donc pas de répondre "oui" ou "non" ou de donner un exemple.

Mercredi 30 avril 2008