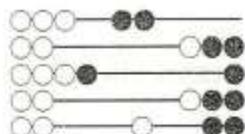




**OLYMPIADE
MATHÉMATIQUE BELGE**



Vingt-huitième Olympiade Mathématique Belge

organisée par la

*Société Belge des Professeurs de Mathématique
d'expression française*

Mini demi-finale 2003

INSTRUCTIONS

- N'ouvrez pas ce livret avant le signal de votre professeur.
- Vous indiquerez vos réponses au verso de cette page.
- Ce questionnaire contient 30 questions : répondez à 5 questions au moins.
- Vingt-deux questions sont à choix multiple. Chaque question est suivie de réponses désignées par **A**, **B**, **C**, **D** et **E**. Chaque question possède une seule réponse correcte. Décidez quelle est la réponse correcte parmi les cinq proposées et retenez la lettre majuscule correspondante. Sur la feuille réponse, écrivez cette lettre dans le cercle situé à droite du numéro de la question.
EXEMPLE : si vous estimez que la réponse correcte à la question numéro 17 est celle précédée de la lettre **D**, vous écrirez D sur la feuille réponse, à droite du numéro 17, dans le cercle.
- Huit questions sont sans réponses préformulées. Dans ce cas, la réponse correcte est un nombre entier dans $[0; 999]$. C'est ce nombre que vous écrirez dans la case rectangulaire de la feuille réponse.
- RÈGLES DE COTATION** : Vous recevez 5 points par réponse correcte, 2 points par abstention et 0 point par réponse fausse. Avec ce système, deviner fera en moyenne diminuer votre score. Vous n'avez intérêt à deviner que si vous avez au moins une chance sur deux de bien choisir.
- Reportez les réponses au fur et à mesure que vous les obtenez. Écrivez au crayon (si vous changez d'avis, gomez la réponse). Du papier de brouillon, du papier millimétré, une règle, un compas, une gomme peuvent être utilisés. Les calculatrices et règles à calcul ne sont pas autorisées, de même que les livres et les notes personnelles.
- À la signal de votre professeur, détachez la feuille de couverture sans déchirer le questionnaire, retournez-la, couvrez-en les questions, puis inscrivez les informations demandées.
- Quand votre professeur vous l'indiquera, commencez le travail sur les problèmes. Vous disposez de 90 minutes.

Mercredi 26 février 2003

À REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)

Nom :

Prénom :

Classe :

Adresse privée

Rue et n° :

Code postal et localité :

École

Nom (sans abréviations) :

Adresse

Rue et n° :

Code postal et localité :

CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR

Chaque réponse correcte a une valeur de 5 points et chaque abstention a une valeur de 2 points ; rien n'est déduit pour une réponse fausse. Le score total est calculé en prenant 5 fois le nombre de réponses correctes et en ajoutant 2 fois le nombre d'abstentions.

Réponses correctes : × 5 =

Abstentions : × 2 =

Score total :

1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>
7	<input type="text"/>
8	<input type="text"/>
9	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>
11	<input type="text"/>
12	<input type="radio"/>
13	<input type="radio"/>
14	<input type="radio"/>
15	<input type="radio"/>
16	<input type="text"/>
17	<input type="text"/>
18	<input type="radio"/>
19	<input type="radio"/>
20	<input type="radio"/>
21	<input type="radio"/>
22	<input type="radio"/>
23	<input type="radio"/>
24	<input type="radio"/>
25	<input type="radio"/>
26	<input type="text"/>
27	<input type="radio"/>
28	<input type="text"/>
29	<input type="text"/>
30	<input type="radio"/>

1. Que vaut la moitié de 999 ?

- (A) 444,5 (B) 449,5 (C) 454,5 (D) 494,5 (E) 499,5

2. Le produit $1^1 \times 2^2 \times 3^3 \times 4^4$ est égal à

- (A) $1 \times 4 \times 6 \times 8$ (B) $1 \times 4 \times 9 \times 16$ (C) $1 \times 4 \times 27 \times 256$
(D) 1234^2 (E) 1234^{1234}

3. $2a - \frac{a}{3} =$

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{2a}{3}$ (C) $\frac{5}{3}$ (D) $\frac{5a}{3}$ (E) $5a$

4. Aux Etats-Unis, Wyre est à 12 km au sud de Piddle et Morton est à 12 km à l'est de Piddle. Par rapport à Wyre, Morton se trouve

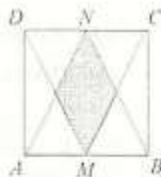
- (A) au nord-est (B) au sud-est (C) au sud-ouest
(D) à l'ouest (E) au nord-ouest

5. Dans l'ensemble des naturels, je divise 825 par 13, puis le quotient obtenu par 7. Quel est le reste de cette dernière division ?

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 6

6. Sur la figure ci-contre, $ABCD$ est un carré : M et N sont les milieux des côtés $[AB]$ et $[CD]$. Le rapport de l'aire de la partie ombrée à celle de la partie non ombrée du carré vaut

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) 1



7. Sans réponse préformulée — Que vaut x si

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{7} = 220 ?$$

8. Sans réponse préformulée — Dans un triangle ABC dont l'angle de sommet A est aigu, la hauteur issue de A coupe $[BC]$ en D et la bissectrice issue de B coupe $[AC]$ en E et $[AD]$ en F . Si l'angle de sommet B de ce triangle mesure 52° , quelle est la mesure en degrés de l'angle \widehat{AFB} ?

9. Mon petit cousin a deux ans aujourd'hui. Parmi les cinq nombres qui suivent, quel est celui qui donne la meilleure approximation du nombre de secondes qui se sont écoulées depuis la naissance de mon petit cousin ?

- (A) 1 050 000 (B) 13 400 000 (C) 31 500 000
(D) 63 000 000 (E) 125 000 000

10. Parmi les valeurs de x proposées ci-dessous, laquelle ne vérifie pas l'inégalité

$$x + 1 < 4 ?$$

- (A) -5 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 3

11. Sans réponse préformulée — Combien y a-t-il de nombres premiers compris entre 10 et 40 ?

12. Arpèges-les-Gammes (238 473 habitants) compte 6 accordeurs de piano qui y travaillent à temps plein depuis longtemps. Selon les renseignements recueillis, chaque accordeur de piano accorde un piano par jour et travaille 200 jours par an ; en moyenne, chaque piano est accordé une fois tous les quatre ans. Sur base de toutes ces données, il est raisonnable de conclure qu'en moyenne, à Arpèges-les-Gammes, il y a approximativement un piano pour

- (A) 25 habitants, (B) 50 habitants, (C) 100 habitants,
(D) 250 habitants, (E) 800 habitants.

13. Soit le nombre 5 798 165 213 218 913 654. Ce nombre est remplacé par la somme de ses chiffres ; le nombre obtenu est lui-même remplacé par la somme de ses chiffres et, ainsi de suite, jusqu'au moment où le nombre n'a plus qu'un seul chiffre. Quel est ce dernier nombre ?

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7
(E) Un autre nombre que les précédents.

14. Dans une éponge gorgée d'eau, 80% de la masse est de l'eau. Si une compression lui fait perdre 75% de cette eau, quel pourcentage de la masse est encore de l'eau ?

- (A) 5% (B) 20% (C) 25% (D) 50% (E) 60%

15. Si a et b sont deux nombres non nuls tels que $a + b = 2a - b$, laquelle des égalités suivantes est fautive ?

(A) $a = 2b$ (B) $b = 2a$ (C) $b = a - b$
 (D) $b = \frac{a}{2}$ (E) $2(a - b) = a$

16. *Sans réponse préformulée* — Trois droites parallèles à un côté d'un triangle divisent chacun des deux autres côtés en quatre parties de même longueur et divisent la surface du triangle en quatre parties. Si l'aire de la plus grande de ces quatre parties a pour mesure 336, quelle est la mesure de l'aire de la plus petite ?

17. *Sans réponse préformulée* — Combien de nombres naturels inférieurs à 100 ont leur quatrième puissance qui se termine par 6 ?

18. Un cycliste monte une colline d'un kilomètre de long à une vitesse de 15 km/h et la redescend tout aussitôt à une vitesse de 30 km/h. Quelle est sa vitesse moyenne sur les deux kilomètres parcourus ?

(A) 18 km/h (B) 20 km/h (C) 22,5 km/h
 (D) 24 km/h (E) 25 km/h

19. Soit $N = 11 \times 13 \times 17$. Combien N a-t-il de diviseurs naturels autres que 1 et lui-même ?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8

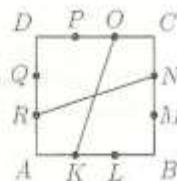
20. Pour peindre une ligne blanche de 10 cm de large et de 2 mm d'épaisseur, une entreprise a utilisé 5 fûts de 50 litres de peinture. Quelle est la longueur de la ligne ainsi peinte ?

(A) 1,250 km (B) 2,500 km (C) 3,125 km
 (D) 6,250 km (E) 12,500 km

21. Un nombre n étant donné, d'une part, je soustrais de 2003 le double de ce nombre ; d'autre part, je lui ajoute 1. Combien y a-t-il de nombres entiers pour lesquels les deux résultats obtenus seraient égaux ?

(A) Aucun (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 667

22. Les côtés du carré $ABCD$ sont divisés en trois parties de même longueur par les points K, L, M, N, O, P, Q et R : de plus, les segments $[KO]$ et $[RN]$ sont tracés. Alors, la figure obtenue (cf. ci-contre)



- (A) n'a ni centre de symétrie, ni axe de symétrie ;
 (B) un centre de symétrie, mais pas d'axe de symétrie ;
 (C) un centre de symétrie et un seul axe de symétrie ;
 (D) un centre de symétrie et deux axes de symétrie ;
 (E) un centre de symétrie et quatre axes de symétrie.

23. En moyenne, Jacques mange x barres de chocolat en y jours. À ce rythme, combien mange-t-il de barres de chocolat en une semaine ?

(A) $\frac{7x}{y}$ (B) $\frac{7y}{x}$ (C) $7xy$ (D) $\frac{7}{xy}$ (E) $\frac{x}{7y}$

24. La surface latérale d'un cône a pour développement un secteur circulaire (cf. la figure 1).

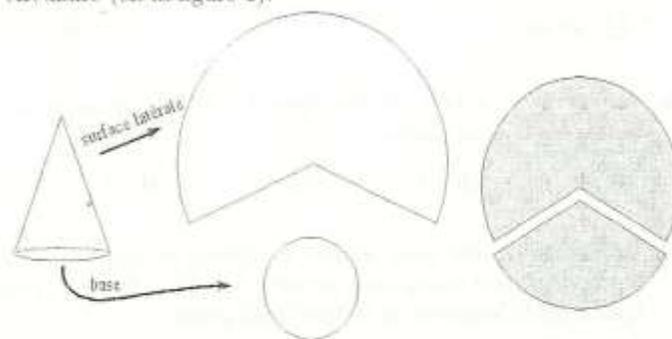


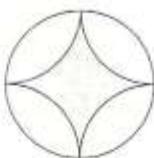
figure 1

figure 2

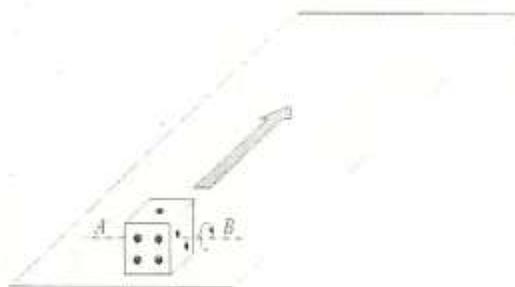
Si les secteurs circulaires obtenus en développant la surface latérale de deux cônes C_1 et C_2 sont deux parties complémentaires d'un même disque (cf. la figure 2), leurs aires valant respectivement le tiers et les deux tiers de l'aire de ce disque, alors le rapport des aires des bases de C_1 et de C_2 vaut

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{2\pi}{9}$

25. La figure ci-contre montre un disque de rayon 1 : à l'intérieur de ce disque, la surface ombrée est limitée par des quarts de cercle de même rayon que le disque, chacun d'eux étant tangent à ses deux voisins. Quelle est la mesure de l'aire de cette surface ?



- (A) $4 - \pi$ (B) $4 - \frac{\pi}{2}$ (C) $4 + \frac{\pi}{2}$ (D) $4 + \pi$ (E) 4π
26. *Sans réponse préformulée* — Un livre a 250 pages numérotées de 1 à 250. Combien de fois le chiffre 2 a-t-il été utilisé pour numéroter ces pages ?
27. Dans une plaine, l'ombre au soleil d'un arbre de 8 m de haut mesure 4,4 m. Au même moment, un arbre voisin a une ombre au soleil de 11 m. Quelle est la différence de hauteur de ces deux arbres ?
- (A) 5,6 m (B) 6,6 m (C) 12 m (D) 15,4 m (E) 20 m
28. *Sans réponse préformulée* — Sur un dé à six faces, la somme des points de deux faces opposées est toujours égale à 7.



Je dispose d'un tel dé dont j'imprègne d'encre les points marqués sur les six faces, je le dépose sur une feuille de papier dans la position montrée par la figure ci-dessus et je le fais tourner de 5 quarts de tour autour de l'axe AB dans le sens indiqué par la flèche. Quelle est alors la somme des points marqués sur le papier ?

29. *Sans réponse préformulée* — Les 20 employés d'une entreprise se serrent la main tous les matins. Combien de poignées de mains sont-elles échangées le jour où il y a 4 absents ?
30. De combien de manières 78 peut-il se mettre sous la forme d'une somme de plusieurs naturels consécutifs non nuls, dans laquelle les termes sont rangés dans l'ordre croissant ?
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Les participants sélectionnés pour la finale recevront par l'intermédiaire de leur école une fiche qu'ils devront compléter. Le jour de la finale, ils se muniront de cette fiche ainsi que de leur carte d'identité.