

Quarante-quatrième Olympiade Mathématique Belge

Organisée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique

Mini éliminatoire 2019

INSTRUCTIONS

- N'ouvrez pas ce livret avant le signal de votre professeur.
- Vous indiquerez vos réponses au verso de cette page.
- Ce questionnaire contient 30 questions ; répondez à 5 questions au moins.
- Vingt-deux questions sont à choix multiple. Chacune est suivie de réponses désignées par **A**, **B**, **C**, **D** et **E**. Chaque question possède une seule réponse correcte. Décidez quelle est la réponse correcte parmi les cinq proposées et retenez la lettre majuscule correspondante. Sur la feuille réponse, écrivez cette lettre dans le cercle situé à droite du numéro de la question.
 EXEMPLE : si vous estimez que la réponse correcte à la question numéro 17 est celle précédée de la lettre **D**, vous écrirez D sur la feuille réponse, à droite du numéro 17, dans le cercle.
- Huit questions sont sans réponses préformulées. Dans ce cas, la réponse correcte est un nombre entier dans [0;999]. C'est ce nombre que vous écrirez dans la case rectangulaire de la feuille réponse.
- RÈGLES DE COTATION** : Vous recevez 5 points par réponse correcte, 2 points par abstention et 0 point par réponse fausse. Avec ce système, deviner fera en moyenne diminuer votre score. Vous n'avez intérêt à deviner que si vous avez au moins une chance sur deux de bien choisir.
- Reportez les réponses au fur et à mesure que vous les obtenez. Écrivez au crayon (si vous changez d'avis, gomez la réponse). Du papier de brouillon, du papier millimétré, une règle, un compas, une gomme peuvent être utilisés. Les calculatrices et règles à calcul ne sont pas autorisées, de même que les livres et les notes personnelles.
- Au signal de votre professeur, détachez la feuille de couverture sans déchirer le questionnaire, retournez-la, couvrez-en les questions, puis inscrivez les informations demandées.
- Quand votre professeur vous l'indiquera, commencez le travail sur les problèmes. Vous disposez de 90 minutes.

Mercredi 16 janvier 2019

À REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)

Nom : _____

Prénom : _____

Classe : _____

Adresse privée
 Rue et n° : _____

Code postal et localité : _____

École
 Nom (sans abréviations) : _____

Adresse
 Rue et n° : _____

Code postal et localité : _____

CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR

Chaque réponse correcte a une valeur de 5 points et chaque abstention a une valeur de 2 points ; rien n'est déduit pour une réponse fausse. Le score total est calculé en prenant 5 fois le nombre de réponses correctes et en ajoutant 2 fois le nombre d'abstentions.

Réponses correctes : × 5 =

+

Abstentions : × 2 =

Score total :

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

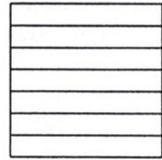
27

28

29

30

1. $2118 - 2019 =$
 (A) 9 (B) 98 (C) 99 (D) 101 (E) 107
2. Lors d'une randonnée en montagne, je grimpe de 300 mètres le premier jour, d'un demi-kilomètre le second, je descends de 240 mètres le troisième et je monte de 150 mètres le quatrième jour. Quelle est la différence d'altitude entre mon point d'arrivée et mon point de départ ?
 (A) 410 m (B) 710 m (C) 1120 m (D) 1190 m (E) 1210 m
3. Que vaut $64 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{7}{8}\right)$?
 (A) 12 (B) 16 (C) 18 (D) 24 (E) 64
4. L'aire d'un rectangle est égale à 126 cm^2 . Si la longueur de ce rectangle mesure 18 cm, que mesure son périmètre ?
 (A) 52 cm (B) 50 cm (C) 48 cm (D) 45 cm (E) 25 cm
5. Dans la suite $(4, 11, 18, \dots)$, le premier terme est 4 et, à partir du deuxième, chaque terme est égal au précédent augmenté de 7. Que vaut la différence entre le 2020^e terme et le 2019^e terme de cette suite ?
 (A) 3 (B) 4 (C) 7 (D) 28 (E) Une autre réponse
6. Gaspard le cafard se déplace uniquement sur les lignes d'un quadrillage dont les carrés ont un côté de longueur 1. Si Gaspard se trouve sur un croisement du quadrillage, combien de croisements sont pour lui à distance 3 ?
 (A) 4 (B) 9 (C) 10 (D) 12 (E) Une autre réponse
7. *Sans réponse préformulée* — Les trois quarts d'un nombre valent 58 ; que valent les trois huitièmes de ce même nombre ?
8. Le nombre 2019 n'est pas premier. L'un des nombres suivants n'est pas premier non plus ; lequel ?
 (A) 2029 (B) 2049 (C) 2069 (D) 2089 (E) 3019
9. *Sans réponse préformulée* — Suite à une diminution de $p\%$, le prix d'un article passe de 45 € à 36 €. Que vaut p ?

10. Un parallélogramme possède toujours
 (A) Uniquement un centre de symétrie ;
 (B) Un centre de symétrie et deux axes de symétrie exactement ;
 (C) Un centre de symétrie et quatre axes de symétrie exactement ;
 (D) Deux axes de symétrie exactement ;
 (E) Quatre axes de symétrie exactement.
11. Si a et b sont des nombres naturels, parmi les affirmations suivantes, laquelle est toujours vraie ?
 (A) Si $a + b$ est un nombre premier, alors $a \cdot b$ est un nombre premier.
 (B) Si $a + b$ est un nombre pair, alors $a \cdot b$ est un nombre pair.
 (C) Si $a + b$ est un nombre pair, alors $a \cdot b$ est un nombre impair.
 (D) Si $a + b$ est un nombre impair, alors $a \cdot b$ est un nombre impair.
 (E) Si $a + b$ est un nombre impair, alors $a \cdot b$ est un nombre pair.
12. *Sans réponse préformulée* — Un carré est partagé en 7 rectangles identiques, comme sur la figure ci-dessous. Si le périmètre d'un de ces rectangles est de 48 cm, quel est, en centimètres, le périmètre du carré ?
- 
13. *Sans réponse préformulée* — Que vaut
 $(1 + 2 + 3 + \dots + 20) - (1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 21)$?
14. *Sans réponse préformulée* — Le produit de trois nombres entiers consécutifs vaut 1716. Que vaut la somme de ces trois nombres ?

15. Elsa tient un commerce de fruits. Elle a acheté 192 douzaines de poires des variétés Anjou, Beurré Hardy, Doyenné et Williams selon la répartition suivante :
- La quantité de Beurré Hardy est deux fois moindre que celle d'Anjou ;
 - La quantité de Doyenné est quatre fois moindre que celle de Beurré Hardy ;
 - La quantité de Williams vaut les trois huitièmes de celle d'Anjou.
- Combien a-t-elle acheté de douzaines d'Anjou ?

(A) 12 (B) 36 (C) 48 (D) 88 (E) 96

16. Dans la figure ci-contre, sachant que l'aire du disque inscrit mesure $9\pi \text{ cm}^2$, que mesure, en centimètres carrés, l'aire du carré ?



(A) 36 (B) 30 (C) 9 (D) 6 (E) Une autre réponse

17. Le mille-pattes possède 1000 chaussettes. Il les a rangées dans un meuble à 3 tiroirs. Quel est le plus grand nombre de chaussettes que contient à coup sûr au moins un des tiroirs ?

(A) 667 (B) 666 (C) 335 (D) 334 (E) 333

18. Les dix chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sont utilisés chacun une seule fois pour écrire cinq nombres à deux chiffres de manière que la moyenne (arithmétique) de ces cinq nombres soit la plus grande possible. Que vaut cette moyenne ?

(A) 54 (B) 70 (C) 70,2 (D) 72 (E) Une autre valeur

19. *Sans réponse préformulée* — Les trois nombres naturels x , y et z sont tels que y est le double de x et que z est le triple de y . Quelle est la valeur de z , sachant que la somme de ces trois nombres vaut 189 ?

20. Combien y a-t-il de nombres naturels inférieurs à 1000 dont la somme des chiffres est 7 ?

(A) 35 (B) 36 (C) 37 (D) 38 (E) 39

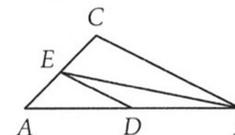
21. Les angles consécutifs d'un quadrilatère (non croisé) ont comme amplitudes en degrés x , $2x$, $3x$ et $4x$, dans cet ordre.

(A) Ce quadrilatère est un quadrilatère quelconque.
 (B) Ce quadrilatère est nécessairement un rectangle.
 (C) Ce quadrilatère est nécessairement un losange.
 (D) Ce quadrilatère est nécessairement un trapèze.
 (E) Un tel quadrilatère ne peut exister.

22. Six enfants : Aurore, Bilal, Cyril, Dana, Emma et Fred, ont des âges tous différents allant de 8 à 13 ans. Fred a deux ans de plus que Dana. Bilal a un an de moins qu'Emma et un an de plus que Fred. Cyril est le plus jeune. Quel âge a Aurore ?

(A) 9 ans (B) 10 ans (C) 11 ans (D) 12 ans (E) 13 ans

23. Dans le triangle ABC , on construit les points D et E respectivement milieux de $[AB]$ et de $[AC]$. Si la surface du triangle DEB est de 16 cm^2 , quelle est la surface du triangle ABC ?



(A) 64 cm^2 (B) 48 cm^2 (C) 32 cm^2 (D) 16 cm^2
 (E) Une autre réponse

24. *Sans réponse préformulée* — Monsieur et Madame Anglaigu ont plusieurs enfants. Le plus jeune mis à part, il y a autant de garçons que de filles ; l'aîné mis à part, il y a deux fois plus de garçons que de filles. Combien d'enfants ont Monsieur et Madame Anglaigu ?

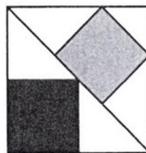
25. Le point C se trouve sur la droite AB , entre A et B , tandis que D est hors de cette droite. Le triangle ACD est isocèle en C avec $\widehat{A} = 32^\circ$; le triangle CBD est isocèle en B . Que mesure \widehat{B} ?

(A) 52° (B) 53° (C) 54° (D) 55° (E) 56°

26. *Sans réponse préformulée* — Cinq nombres a, b, c, d et e sont tels que $a < b < c < d < e$. Les différentes sommes obtenues en les additionnant deux à deux sont 40, 54, 60, 61, 67, 76, 81, 82, 96 et 103. Que vaut la somme des cinq nombres ?

27. Des carrés noir et gris sont positionnés à l'intérieur d'un grand carré comme indiqué sur la figure. Quel est le rapport de l'aire du carré noir à celle du carré gris ?

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{8}{7}$ (D) $\frac{9}{8}$ (E) 1



28. Quel est le cinquième plus grand diviseur de 2015 000 000 ?

- (A) 201 500 (D) 201 500 000
 (B) 125 937 500 (E) 251 875 000
 (C) 155 000 000

29. Une droite partage toujours le plan en deux parties. Deux ou trois droites distinctes partagent le plan en un nombre de parties qui dépend des positions des droites. Cependant, parmi les suivants, il y a un nombre de parties qui ne sera jamais obtenu avec deux ou trois droites ; lequel ?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

30. Combien existe-t-il de parallélépipèdes rectangles non isométriques (différents) deux à deux, dont le volume est de 464 cm^3 et dont les arêtes mesurent des nombres entiers de centimètres ?

- (A) 5 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11