

Trente-sixième Olympiade Mathématique Belge
Organisée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique

Mini éliminatoire 2011

INSTRUCTIONS

- N'ouvrez pas ce livret avant le signal de votre professeur.
- Vous indiquerez vos réponses au verso de cette page.
- Ce questionnaire contient 30 questions ; répondez à 5 questions au moins.
- Vingt-six questions sont à choix multiple. Chacune est suivie de réponses désignées par **(A)**, **(B)**, **(C)**, **(D)** et **(E)**. Chaque question possède une seule réponse correcte. Décidez quelle est la réponse correcte parmi les cinq proposées et retenez la lettre majuscule correspondante. Sur la feuille réponse, écrivez cette lettre dans le cercle situé à droite du numéro de la question.
 EXEMPLE : si vous estimez que la réponse correcte à la question numéro 17 est celle précédée de la lettre **(D)**, vous écrirez D sur la feuille réponse, à droite du numéro 17, dans le cercle.
- Quatre questions sont sans réponses préformulées. Dans ce cas, la réponse correcte est un nombre entier dans [0; 999]. C'est ce nombre que vous écrirez dans la case rectangulaire de la feuille réponse.
- RÈGLES DE COTATION** : Vous recevez 5 points par réponse correcte, 2 points par abstention et 0 point par réponse fausse. Avec ce système, deviner fera en moyenne diminuer votre score. Vous n'avez intérêt à deviner que si vous avez au moins une chance sur deux de bien choisir.
- Reportez les réponses au fur et à mesure que vous les obtenez. Écrivez au crayon (si vous changez d'avis, gomez la réponse). Du papier de brouillon, du papier millimétré, une règle, un compas, une gomme peuvent être utilisés. Les calculatrices et règles à calcul ne sont pas autorisées, de même que les livres et les notes personnelles.
- Au signal de votre professeur, détachez la feuille de couverture sans déchirer le questionnaire, retournez-la, couvrez-en les questions, puis inscrivez les informations demandées.
- Quand votre professeur vous l'indiquera, commencez le travail sur les problèmes. Vous disposez de 90 minutes.

Mercredi 19 janvier 2011

À REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)

Nom :

Prénom :

Classe :

Adresse privée

Rue et n° :

Code postal et localité :

École

Nom (sans abréviations) :

Adresse

Rue et n° :

Code postal et localité :

CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR

Chaque réponse correcte a une valeur de 5 points et chaque abstention a une valeur de 2 points ; rien n'est déduit pour une réponse fausse. Le score total est calculé en prenant 5 fois le nombre de réponses correctes et en ajoutant 2 fois le nombre d'abstentions.

Réponses correctes : × 5 =

+

Abstentions : × 2 =

Score total :

1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>
11	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>
13	<input type="radio"/>
14	<input type="text"/>
15	<input type="text"/>
16	<input type="radio"/>
17	<input type="text"/>
18	<input type="radio"/>
19	<input type="radio"/>
20	<input type="radio"/>
21	<input type="radio"/>
22	<input type="radio"/>
23	<input type="radio"/>
24	<input type="radio"/>
25	<input type="radio"/>
26	<input type="radio"/>
27	<input type="radio"/>
28	<input type="radio"/>
29	<input type="radio"/>
30	<input type="text"/>

1. $996 + 1015 =$
 (A) 2011 (B) 2012 (C) 2013 (D) 2014 (E) 2015
2. $15 + 7 \times 4 - 3 =$
 (A) 22 (B) 40 (C) 76 (D) 85 (E) 91
3. Une publicité annonce « -30% sur tous les articles » ; quel est le prix réduit d'un article initialement vendu à 95 € ?
 (A) 5 € (B) $28,50\text{ €}$ (C) 65 € (D) $66,50\text{ €}$ (E) 92 €
4. Quel nombre faut-il soustraire à -12 pour obtenir -34 ?
 (A) -46 (B) -22 (C) 22 (D) 26 (E) 46
5. Combien valent les $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{6}$?
 (A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{6}{9}$ (E) $\frac{8}{9}$
6. Dans un groupe, 25% des membres sont des jeunes de moins de 25 ans ; 40% des membres de moins de 25 ans ont moins de 15 ans. Quelle proportion du groupe constituent les moins de 15 ans ?
 (A) 10% (B) 20% (C) 40% (D) 54% (E) 90%

7. Parmi les figures ci-dessous, laquelle a le moins d'axes de symétrie ?

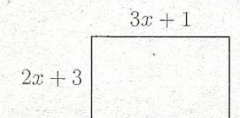


- (A) Le carré (B) Le rectangle non carré (C) Le losange non rectangle (D) Le triangle isocèle rectangle (E) Le triangle équilatéral

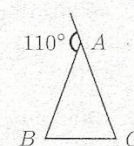
8. Une seule des affirmations suivantes est correcte. Laquelle ?
 (A) Le cube d'un nombre naturel est toujours impair.
 (B) Le cube d'un nombre naturel est toujours multiple de 3 .
 (C) Le cube d'un nombre naturel est toujours multiple de 9 .
 (D) Le cube d'un nombre naturel est toujours multiple de 27 .
 (E) Aucune des affirmations précédentes n'est correcte.

9. $-\frac{7}{18} + \frac{6}{27} =$
 (A) $-\frac{1}{45}$ (B) $-\frac{13}{45}$ (C) $\frac{1}{9}$ (D) $-\frac{1}{9}$ (E) $-\frac{1}{6}$

10. Si le rectangle ci-contre est un carré, la mesure de son périmètre est
 (A) 8 (B) 14 (C) 16 (D) 28 (E) 32



11. Le triangle ABC ci-contre est isocèle ($|AB| = |AC|$). Si l'angle extérieur de sommet A mesure 110° , que mesure l'angle intérieur en B ?

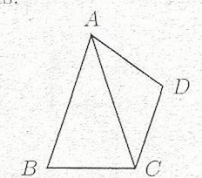


- (A) 45° (B) 50° (C) 55° (D) 60° (E) 65°
12. Sandrine achète des chaussures en solde dont le prix est diminué de 20% ; elle obtient encore une remise supplémentaire de 10% du prix soldé. Quel est le pourcentage total de la réduction obtenue ?
 (A) 30% (B) 28% (C) 26% (D) 25% (E) 24%

13. Une seule des affirmations suivantes est correcte. Laquelle ?

- (A) L'inverse d'un produit vaut la somme des inverses.
 (B) L'opposé d'un produit vaut le produit des opposés.
 (C) Le carré d'une somme vaut la somme des carrés.
 (D) L'inverse d'une somme vaut la somme des inverses.
 (E) L'opposé d'une somme vaut la somme des opposés.

14. *Sans réponse préformulée* — Dans la figure plane (imprécise) ci-contre, les triangles ABC et ACD sont isocèles ($|AB| = |AC|$ et $|DA| = |DC|$). Si $\widehat{BAD} = 85^\circ$ et $\widehat{ABC} = 75^\circ$, quelle est la mesure en degrés de \widehat{ADC} ?



15. *Sans réponse préformulée* — La moyenne de 12 et de deux autres nombres égaux entre eux est de 16 . Quelle est la valeur de ces deux autres nombres ?

16. Le produit de deux quelconques des nombres se terminant par le chiffre c est un nombre qui se termine encore par le chiffre c . Quel est l'ensemble des chiffres c pour lesquels ceci est vrai ?

- (A) $\{0, 1\}$ (B) $\{0, 1, 5\}$ (C) $\{0, 1, 5, 6\}$ (D) $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ (E) $\{0, 1, 2, 4, 5, 6, 8\}$

17. *Sans réponse préformulée* — Un rectangle est partagé en quatre régions par des parallèles à ses côtés, comme indiqué par la figure ci-contre (qui ne respecte pas les proportions). Les aires de trois des régions sont mentionnées sur la figure. Quelle est celle de la quatrième ?

60	30
	10

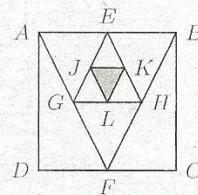
18. Si le diamètre d'un cercle augmente de π , de combien augmente sa circonférence ?

(A) π^2 (B) $2\pi^2$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) π (E) 2π

19. Mathieu possède un jardin carré de 100m^2 . Il vient de le recouvrir, sur 5 cm d'épaisseur, d'une couche de terreau à $40\text{€}/\text{m}^3$ et de l'entourer d'une bordure coûtant $4\text{€}/\text{m}$. À combien lui sont revenus ces travaux ?

(A) 56 € (B) 360 € (C) 416 € (D) 616 € (E) 1760 €

20. Les points E et F sont les milieux de deux côtés opposés du carré $ABCD$; les points G, H, J, K et L sont milieux des côtés de triangles auxquels ils appartiennent. Que vaut le rapport de l'aire de $ABCD$ à celle de JKL ?



(A) 16 (B) 18 (C) 24 (D) 32 (E) 36

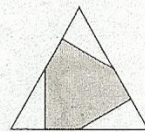
21. Si deux nombres sont tels que leur somme est inférieure à leur différence, alors nécessairement :

(A) Leur différence est positive;
 (B) Leur somme est négative;
 (C) Les deux nombres sont opposés;
 (D) Les deux nombres sont négatifs;
 (E) L'un des nombres est négatif.

22. Un sac contient trente petits cartons indiscernables au toucher : 10 noirs, 10 jaunes et 10 rouges. Des cartons sont extraits du sac, un à un, sans être replacés dans le sac. Ils ne sont pas non plus examinés. Combien faut-il en sortir pour être certain d'en avoir au moins un de chaque couleur ?

(A) 3 (B) 11 (C) 12 (D) 21 (E) 30

23. Du milieu de chaque côté d'un triangle équilatéral (parcouru dans le sens inverse de celui des aiguilles d'une montre), la perpendiculaire a été abaissée sur le côté suivant. Que vaut le rapport de l'aire de la partie ombrée à celle du triangle initial ?

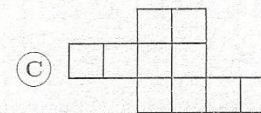
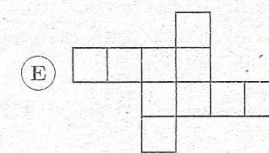
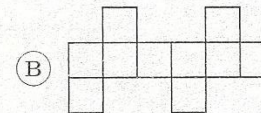
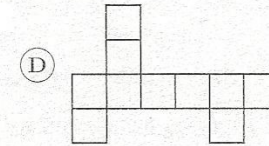
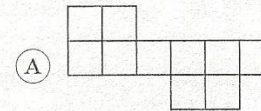
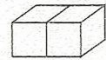


(A) $\frac{9}{16}$ (B) $\frac{5}{8}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{2}{3}$

24. Mathieu envisage de commander un baladeur numérique sur l'internet. Au prix de l'appareil, il faut ajouter soit 21 % pour la livraison express, soit 7 % pour la livraison standard. Mathieu a calculé que, livraison express comprise, l'appareil qu'il convoite lui coûterait 181,50 € ; à combien reviendra-t-il si Mathieu choisit plutôt la livraison standard ?

(A) 157 € (B) 160 € (C) 160,50 € (D) 168,50 € (E) 188,50 €

25. Avec lequel des développements ci-après sera-t-il impossible de reconstituer le solide ci-contre, formé de deux cubes adjacents ?



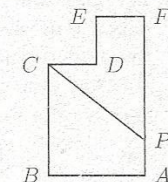
26. Andrée a acheté un crayon et une gomme pour 1,70 € ; Benoit, un stylo à bille et un feutre pour 4,80 € ; et Charles, deux gommes et deux stylos à bille pour 7,40 €. Que paye Danièle, qui a acheté un crayon et un feutre ?

(A) 2,80 € (B) 2,90 € (C) 3,00 € (D) 3,10 € (E) 3,20 €

27. La longueur et la largeur du rectangle $ABCD$ valent respectivement 5 cm et 3 cm. La diagonale $[AC]$ est divisée en trois segments de même longueur par les points E et F . Que vaut, en centimètres carrés, l'aire du triangle BEF ?

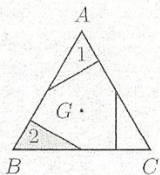
(A) $\frac{5}{2}$ (B) $\frac{5}{3}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{15}{4}$ (E) $\frac{15}{7}$

28. Dans l'hexagone $ABCDEF$ ci-contre, tous les angles sont droits ; $|AB| = 70$, $|BC| = 80$ et $|CD| = |DE| = |EF|$. Le segment $[CP]$ partage l'hexagone en deux parties de même aire. Que vaut $|AP|$?



(A) 12,5 (B) 17,5 (C) 20 (D) 35 (E) 40

29. Du milieu de chaque côté d'un triangle équilatéral ABC , la perpendiculaire a été abaissée sur le côté précédent ; G est le centre du triangle. Quelle est la transformation qui applique le triangle 1 sur le triangle 2 ?



- (A) Une symétrie axiale dont l'axe passe par G
- (B) Une rotation de 60° autour de C
- (C) La symétrie centrale par rapport à G
- (D) Une rotation de 120° autour de G
- (E) Une rotation de 120° autour de C

30. *Sans réponse préformulée* — Un magazine était constitué d'un cahier de feuilles pliées en deux et agrafées le long du pli, mais les agrafes ont été arrachées et les feuilles se sont dispersées. Sur une face de l'une de celles-ci, on peut lire les numéros de page 34 à gauche et 67 à droite. Combien de pages comptait ce magazine ?